PHQ062 Introduction à l’étude théorique des atmosphères planétaires

7 janvier 2011

Autiwa

Table des matières

1 La pression atmosphérique

1.1 Loi Hydrostatique

L'atmosphère d'une planète est une couche de gaz compressible liée gravitationnellement à cette planète.

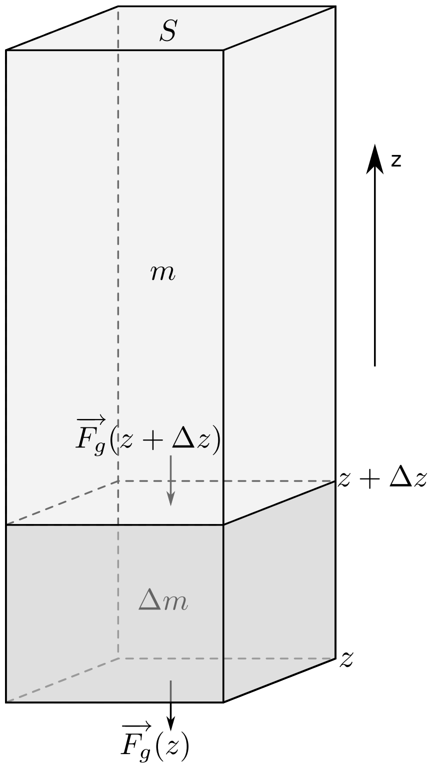

FIGURE 1 – Le poids d'une colonne d'air de section S et de masse $m+\Delta m$ vaut $F_g(z) = -(m+\Delta m)g$.

La pression est ici engendrée par la force gravitationnelle. On a

$$F_g(z) = P(z)S \tag{1.1}$$

où S est la surface de la colonne d'air considérée.

Il vient

$$\begin{aligned} P(z) &= \frac{F(z)}{S} = \\ P(z+\Delta z) &= \frac{F(z+\Delta z)}{S} = \end{aligned}$$

TODO faire la démonstration proprement. La force de gravitation est dirigée vers le bas, donc =-roh g. Je ne comprends pas...

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} = -\rho g \tag{1.2}$$

1.2 Loi barométrique

L'atmosphère d'une planète se comporte généralement comme un gaz parfait. On a donc :

$$P(z) = n(z)kT(z) \tag{1.3}$$

On réécrit la loi hydrostatique

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} &= -\rho g \\ \mathrm{d}P &= -\rho g \,\mathrm{d}z \\ \frac{\mathrm{d}P}{P} &= -\frac{\rho g}{nkT} \,\mathrm{d}z \end{aligned}$$

On a $M = \frac{\rho}{n}$

$$\frac{\mathrm{d}P}{P} = -\frac{Mg}{kT}\,\mathrm{d}z \tag{1.4}$$

que l'on peut écrire de la manière suivante

$$\tfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} = -\frac{P}{H} \tag{1.5}$$

On pose H la *hauteur d'échelle*

$$H = \frac{kt}{Mg} \tag{1.6}$$

En faisant l'approximation que H ne varie pas avec l'altitude on obtient :

$$P(z) = P(0)\exp\left(-\frac{z}{H}\right) \tag{1.7}$$

1.3 Quelques définitions

Pour comparer les processus physiques et chimiques, on définit les *conditions standards de température et de pression* (CSTP) par :

$$T_0 = 273,15\,\mathrm{K} \qquad\qquad P_0 = 101325\,\mathrm{Pa} \tag{1.8}$$

Le *nombre de Loschmidt* est la concentration d'un gaz parfait dans les conditions standards de pression et de température. On a donc :

$$n_0 = \frac{P_0}{kT_0} \tag{1.9}$$

On définit l'*amagat* A qui est une mesure sans dimension de la concentration n d'un milieu :

$$A = \frac{n}{n_0} = \left(\frac{P}{P_0}\right)\left(\frac{T_0}{T}\right) \tag{1.10}$$

La masse molaire m_α d'une atmosphère est définie par la relation suivante :

$$m_\alpha = \sum_i y_i m_i \tag{1.11}$$

où y_i est la fraction molaire (ou abondance relative) du composé i et m_i sa masse molaire.

La zone atmosphérique où la composition est constante avec l'altitude est appelée l'*homosphère*, tandis que la zone où la composition n'est pas constante est appelée l'*hétérosphère*.

Dans l'homosphère, la masse moléculaire moyenne est constante puisque les fractions molaires sont constantes avec l'altitude. Dans l'hétérosphère, la masse moléculaire moyenne évolue avec l'altitude puisque les composés légers deviennent plus abondants que les composés lourds.

1.4 Variation de la concentration avec l'altitude

On part de la relation du gaz parfait

$$n = \frac{P}{kT} \tag{1.12}$$

que l'on différencie :

$$\tfrac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}z} = \frac{1}{kT}\tfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} - \frac{P}{kT^2}\tfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z} \tag{1.13}$$

On utilise la *loi barométrique* (1.5) et il vient :

$$\tfrac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}z} = -n\left(\frac{1}{H} + \frac{1}{T}\tfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z}\right) \tag{1.14}$$

Si la température varie peu en fonction de la couche étudiée, on obtient :

$$n(z) = n(z_0)\exp\left(-\frac{z-z_0}{H}\right) \tag{1.15}$$

1.5 Densité de colonne

Dans la pratique, l'observateur ne peut souvent déduire des mesures qu'une quantité appelée la *densité de colonne* qui est la quantité intégrée de molécules sur la ligne de visée.

La densité de colonne $\omega(z_0)$ (molécules par unité de surface) au-dessus du niveau z_0 est définie par :

$$\omega(z_0) = \int_{z_0}^{\infty} n(z)\,\mathrm{d}z \tag{1.16}$$

en différenciant la relation des gazs parfaits, on a

$$\mathrm{d}P = \mathrm{d}(nkT)$$
$$\mathrm{d}P = kT\,\mathrm{d}n + nk\,\mathrm{d}T$$
$$\frac{\mathrm{d}P}{P} = \frac{\mathrm{d}n}{n} + \mathrm{d}TT$$

D'après la définition de H et en considérant M et g constants avec l'altitude on a

$$\frac{\mathrm{d}H}{H} = \frac{\mathrm{d}T}{T} \tag{1.17}$$

D'où :

$$-n\,\mathrm{d}z = H\,\mathrm{d}n + n\,\mathrm{d}H = \mathrm{d}(nH) \tag{1.18}$$

On peut donc réécrire la densité de colonne :

$$\omega(z_0) = n(z_0)H(z_0) \tag{1.19}$$